

Las matemáticas en Mesopotamia

Autoría: Juan Antonio Almendros Monedero

Afiliación: Licenciado en Informática e Ingeniero Técnico Industrial

TIPO	PÁGINAS	IDENTIFICADOR
Historia de las matemáticas	11-28	TDL-78-2022-011-028

RESUMEN DOCUMENTAL

Estudio divulgativo sobre el desarrollo matemático de las culturas sumeria y babilónica. El autor analiza los sistemas de numeración y metrología, el origen de los registros contables y de la escritura, la numeración sexagesimal posicional, la aritmética, la geometría y los procedimientos algebraicos babilónicos. Se examinan tablillas célebres como YBC 7289 y Plimpton 322 y se subraya que diversos conocimientos atribuidos tradicionalmente a la matemática griega ya eran utilizados en Mesopotamia muchos siglos antes.

PALABRAS CLAVE

Mesopotamia · matemáticas · Sumeria · Babilonia · sistema sexagesimal · geometría · álgebra · tablillas cuneiformes

CITA BIBLIOGRÁFICA

Juan Antonio Almendros Monedero. «Las matemáticas en Mesopotamia». Torre de los Lujanes, n.º 78, 2022, pp. 11-28. ISSN 1136-4343.

Las matemáticas en Mesopotamia

Por
Juan Antonio
Almendros
Monedero
*Licenciado en Infor-
mática e Ingeniero
Técnico Industrial*

Durante siglos se consideró que las matemáticas nacieron en la Antigua Grecia con Tales y Pitágoras y que posteriormente evolucionaron y se enriquecieron con aportaciones procedentes tanto de la India como del mundo islámico, quedando al margen la matemática egipcia y la mesopotámica.

Esta visión eurocéntrica propició que la matemática mesopotámica no tuviera la consideración que se merecía. Sin embargo, esta situación cambió tras su descubrimiento y posterior estudio a partir de finales del siglo XIX gracias a la multitud de textos matemáticos escritos sobre tablillas de arcilla que han llegado hasta nosotros.

El propósito de este artículo es dar a conocer con carácter divulgativo los logros matemáticos conseguidos por las culturas sumeria y babilónica a lo largo de más de

3.000 años, algunos de los cuales precedieron a los de la matemática griega en más de un milenio.

1. Las matemáticas sumerias

Los antiguos griegos denominaban *Mesopotamia* (literalmente, “entre ríos”) a la región septentrional de las cuencas de los ríos Tigris y Éufrates, que nacen en los Montes Tauro, al Sureste de Turquía, y desembocan en el Golfo Pérsico. Sin embargo, hoy en día este término se refiere a un territorio que comprende principalmente el actual Irak, una parte de Siria, el sur de Turquía y el suroeste de Irán.

Los sumerios fueron un pueblo de origen desconocido que se asentaron en el sur de Mesopotamia cerca de la desembocadura de los ríos Tigris y Éufrates en algún momento del neolítico. Sin embargo, la civilización sumeria como tal se suele considerar que abarca el periodo comprendido entre aproximadamente el 3800 y el 2000 a.C.

La economía sumeria se basaba fundamentalmente en la agricultura extensiva, sobre todo de cebada y, en menor medida, de trigo. Para ello, los sumerios construyeron canales de regadío que, junto con los ríos, constituían una importante red de comunicación fluvial. También practicaron una gran variedad de oficios: alfareros, carpinteros, herreros,... Además, gracias a los excedentes agrícolas, realizaban intercambios comerciales con otros pueblos.

La sociedad sumeria alcanzó un gran nivel de urbanización y de organización social. La mayor parte de la población vivía en ciudades, en las que el templo y el palacio desempeñaban un papel central.

1.1 Contar, medir y registrar

Las actividades agrícolas al principio y la administración del templo y de la ciudad posteriormente requirieron disponer de medios adecuados para contar, medir y registrar cantidades. Estas necesidades llevaron al desarrollo y consolidación de diferentes sistemas numéricos y metrológicos y a la invención de un sistema de escritura pionero que perduró durante miles de años en Mesopotamia.

Desde el VIII milenio a.C. se tiene constancia en toda Mesopotamia del uso de unas pequeñas piezas de barro, denominadas fichas (*tokens* en inglés), que podían ser de dos tipos: unas más figurativas, en las que se trataba de simbolizar el objeto al que hacían referencia, y otras más abstractas, que tenían formas simples: conos, cilindros, discos, esferas o tetraedros.

Al principio, cada ficha numérica representaba una determinada cantidad de aquello a lo que se refería. Por ejemplo, cierta medida de grano, una jarra de aceite, una cabra, etc. De forma que, por ejemplo, dos cabras se representaban mediante dos fichas del tipo correspondiente. Así pues, no existía separación entre el número y la magnitud. Sin embargo, desde muy pronto, las fichas simples se usaron para representar cantidades discretas, es decir, el resultado de una cuenta sin referencia a lo contado, lo cual se sobreentendía por el contexto.

Este planteamiento dio lugar al primer sistema de representación numérica de la historia. En él, cada ficha tenía un valor, y la relación entre los valores de las fichas seguía un patrón regular, igual que sucede con el actual sistema de monedas y billetes del euro.

Por otra parte, los sumerios disponían de un sistema de numeración oral que, como otros muchos, era de base decimal. Los números del 1 al 10 y las decenas hasta el 60 tenían un nombre propio, mien-

tras que los números intermedios se expresaban mediante nombres compuestos. Hasta aquí, nada distinto a nuestro sistema numeral.

Sin embargo, tanto el sistema de fichas como el oral presentaban un peculiaridad: la unidad superior al 10 no era el 100, como cabría esperar, sino el 60. Es decir, la relación entre el segundo y tercer orden de magnitud era 6 en lugar de 10, y esto mismo sucedía entre los órdenes cuarto y quinto. Como consecuencia, los órdenes de magnitud de ambos sistemas, el oral y el de fichas, seguían la secuencia de valores 1, 10, 60, 600, 3.600 y 36.000 (Fig. 1).

1	10	60	600	3.600	36.000
					
<i>diš</i>	<i>u</i>	<i>gešd</i>	<i>gešd-u</i>	<i>šar</i>	<i>šar-u</i>

Fig. 1. Sistemas de numeral oral y de fichas de los sumerios.

Aunque se han propuesto multitud de teorías sobre las razones que pudieron llevar a los sumerios a adoptar este sistema, ninguna

de ellas ha sido completamente satisfactoria. En cualquier caso, esta peculiar decisión, tomada por un pueblo agrícola de Oriente Medio hace más de 6.000 años, ha tenido unas consecuencias que han llegado hasta nuestros días a través de los antiguos astrónomos griegos, ya que este sistema sexagesimal es el origen de la división de las horas en 60 minutos y de éstos en 60 segundos, así como de la circunferencia en 360°.

Mediante estas fichas se podían representar y guardar las cantidades de los bienes que intervenían en una determinada transacción económica. Para conservar juntas las fichas o bien se ensartaban con un hilo a modo de collar o bien se introducían en una esfera hueca de barro denominada *bulla*. Este último procedimiento, en el que sólo se utilizaban fichas simples, tenía el inconveniente de que había que romper la esfera para conocer su contenido. Para evitarlo, deci-

dieron imprimir en su superficie mediante presión la forma de cada una de las fichas que contenía. Sin embargo, esto hacía que resultaran innecesarias las fichas del interior, por lo que el paso siguiente consistió en utilizar un simple disco de barro en forma de tablilla con las cantidades impresas en su superficie. Este cambio, que sucedió en torno al 3500 a.C., dio origen a los primeros documentos escritos de la historia, los cuales, como se puede observar (Fig. 2), sólo contenían información numérica. No obstante, esta forma de escritura tan simple evolucionó hasta dar lugar en torno al 3200 a.C. a la escritura cuneiforme, la cual se utilizó en toda Mesopotamia hasta quedar desplazada por la escritura alfabética en torno al año 100 a.C.



Fig. 2. Tablilla sumeria del 3500 – 3350 a.C. con el número 163 inscrito (= $60 + (10 \times 10) + 3$).

La administración de las ciudades y los templos exigió llevar registros cada más complejos y extensos, lo que hizo que estas primeras tablillas evolucionaran hasta otras mucho más sofisticadas.

Los elementos cuantificados, que en el sistema de fichas se representaban mediante figuritas de distintas formas, se incorporaron progresivamente a las tablillas como dibujos esquemáticos (llamados pictogramas), ya que no era posible trasladarlos por impresión. De esta forma, se pudo representar no sólo la cantidad —con un símbolo numérico— sino también el tipo de objeto cuantificado —mediante su correspondiente pictograma—, lo cual supuso un gran avance. Así, por ejemplo, para registrar 12 jarras de cerveza, en lugar de inscribir doce veces el símbolo de la cerveza (como se haría con fichas), se inscribía una sola vez su pictograma precedido de los símbolos numéricos del 10 y el 2. Además de esta innovación, se

sistematizó la disposición de los elementos en la tablilla y se añadió en el reverso el total de las cantidades y el nombre del funcionario que había intervenido (Fig. 3). Así pues, puede decirse que los sumerios inventaron hace más de 5.000 años el primer sistema de registro contable de la historia.



Fig. 3. Tablilla
sumeria contable
W6066 (3350
– 3200 a.C.)

Junto a esto también desarrollaron un amplio y complejo sistema metrológico. Para las cantidades discretas utilizaban el sistema sexagesimal descrito anteriormente, sin embargo, para las raciones (de pan, cerveza, queso y pescado) recurrían a un sistema bisexagesimal (así llamado porque el cuarto orden de magnitud, en lugar de ser $600 = 60 \times 10$, era $120 = 60 \times 2$). Para expresar los días, meses y años contaban con un sistema específico. Además, disponían de un sistema de unidades para las medidas de áreas, otro para los pesos y cinco más para las de capacidad, según fuera el producto del que se tratase (cebada, malta, sémola, grasa láctea o líquidos). En total, su sistema metrológico se componía de 12 sistemas, dos de numeración y diez de medida.

En resumen, la civilización sumeria disponía de los medios necesarios para contar, medir y registrar cualquier cantidad que necesitasen y de realizar las operaciones aritméticas básicas. Aunque, no solamente esto: en una tablilla del 2650 a.C. encontrada en la ciudad iraquí de Fara (antigua Suruppak), se resuelve un problema en el que hay que repartir un granero de 1.152.000 *sila* (siendo un *sila* igual a 0,842 litros) entre cierto número de personas cada una de las cuales debe recibir 7 *sila*. La respuesta dada en la tablilla es 164.571 personas con un resto de 3 *sila*, que es correcto.

1.2 El sistema de numeración posicional

Tras la introducción de la escritura cuneiforme en torno al 3200 a.C., el sistema de numeración sexagesimal se siguió utilizando para representar cantidades numéricas concretas (6 cabras, 40 raciones,...). Sin embargo, este sistema era de tipo aditivo, como la numeración romana; lo que quiere decir que el valor de una expresión numérica venía dado por la suma de los valores de cada una de sus cifras. Así, por ejemplo, el número 72 se representaba escribiendo las cifras sexagesimales cuneiformes 60, 10, 1, 1 en este orden.

Este sistema era adecuado para expresar el resultado de una cuenta o para sumar cantidades concretas, pero no así para realizar multiplicaciones u otras operaciones derivadas de ésta (el lector puede hacerse una idea de la dificultad que esto supone si trata de multiplicar dos números romanos de varias cifras). Por esta razón, inventaron un original sistema de numeración sexagesimal de números abstractos que no tenía este problema, y que fue el primero de este tipo en la historia (Fig. 4).

								
1	2	3	4	5	6	7	8	9

				
10	20	30	40	50

Fig. 4. Cifras del sistema de numeración sexagesimal posicional

En éste, el valor de cada cifra dependía no sólo de ésta sino también de su posición en la secuencia de cifras, tal y como sucede en nuestro sistema de numeración. Así, por ejemplo, el número 3.792 se repre-

sentaba mediante la secuencia de cifras sexagesimales 1.3.12, ya que el valor de esta expresión es $1 \cdot 60^2 + 3 \cdot 60 + 12 = 3.600 + 180 + 12 = 3.792$.

Este sistema posicional, además de ser de base 60, tenía dos peculiaridades: carecía de un símbolo para el cero y era de valor flotante. Lo primero, cuando el cero iba en posición intermedia, se solucionaba dejando un espacio en blanco. En cuanto a lo segundo, quiere decir que una cifra escrita con este sistema representaba dicho número multiplicado por cualquier potencia de 60, ya fuera de exponente positivo, negativo o nulo, lo que obviaba el problema de los ceros a la derecha y la necesidad de la coma.

2. Las matemáticas babilónicas

La civilización sumeria llegó a su ocaso con el final de la tercera dinastía de Ur en el 2004 a.C., pero sus avances culturales permanecieron en el tiempo, sobre todo el sistema de numeración sexagesimal, la metrología y la escritura cuneiforme sobre tablillas de barro.

Posteriormente, durante el periodo paleobabilónico o dinastía de Hammurabi (1792 a 1595 a.C.), se produjo un gran florecimiento de las ciencias y en particular de las matemáticas, las cuales alcanzaron su máximo esplendor. Afortunadamente, este hecho está bien documentado ya que existen más de 2.000 tablillas matemáticas de este periodo. Por esta razón, las matemáticas que se describen a continuación pertenecen todas a esta época.

2.1 Sistema metrológico

La metrología babilónica, aunque heredera de la sumeria, estaba más sistematizada y, sobre todo, era más sencilla. Constaba de seis sistemas: longitud, altura, superficie, volumen, capacidad y peso; y en todos ellos la relación entre sus unidades de medida era siempre un divisor o un múltiplo de 60. Además, para facilitar su manejo, los babilonios disponían de las correspondientes listas y tablas metrológicas con los coeficientes de cada unidad de medida y la conversión de éstas a números del sistema posicional, que era el utilizado para realizar las operaciones aritméticas.

2.2 Aritmética

La formación matemática de los escribas babilónicos, además de la suma y la resta, incluía cinco operaciones aritméticas: multiplicación, cálculo de recíprocos, obtención del cuadrado, de raíces cuadradas y cúbicas, así como el cálculo de áreas y volúmenes.

Todas estas operaciones se realizaban con la ayuda de tablas numéricas que los aspirantes a escriba tenían que memorizar durante su formación, una ardua tarea debido a la base sexagesimal utilizada: existían ¡38 tablas de multiplicar de 22 entradas cada una (del 2 al 20, el 30, 40 y 50)!, una tabla con los recíprocos de los 27 números “regulares” del 2 al 81 (los números cuyos únicos factores primos son el 2, 3 o 5), así como las tablas de cuadrados, raíces cuadradas y raíces cúbicas. Además, tenían que memorizar las seis tablas metrológicas, una por cada sistema de medida.

La división se realizaba normalmente multiplicando el dividendo por el recíproco del divisor, ya que $a/b = a \cdot (1/b)$, de ahí la

gran importancia que tenía la tabla de recíprocos. Para números regulares mayores que 81, el recíproco se calculaba descomponiendo éste en el producto de factores regulares contenidos en la tabla y aplicando el principio de que *el recíproco de un producto es el producto de los recíprocos*; es decir, que si $n = a \cdot b$, entonces $1/n = (1/a) \cdot (1/b)$.

Las raíces cuadradas de los números que no estaban en la tabla de raíces se obtenían de forma similar: se descomponía el número en un producto de factores que se encontraban en la tabla y se aplicaba el principio de que *la raíz cuadrada de un número es igual al producto de las raíces cuadradas de sus factores*; es decir, que si $n = a \cdot b$, entonces $\sqrt{n} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$. Cuando no era posible aplicar este procedimiento, se usaba una fórmula equivalente a la del método de Herón (s. I – II a.C.), a la que precedió unos 1.500 años.

2.3 Geometría

La geometría elemental consistía fundamentalmente en el cálculo de áreas de figuras planas y de volúmenes de prismas rectangulares y de cilindros.

Las áreas y las líneas transversales de las figuras (diagonales y diámetro) se obtenían a partir de una medida “externa” (lado del polígono o longitud de la circunferencia) aplicando coeficientes previamente tabulados. Así, por ejemplo, para la circunferencia se utilizaban las fórmulas $A = (1/12) \cdot l^2$ y $d = (1/3) \cdot l$, en donde l es la longitud de la circunferencia y A y d son el área y el diámetro.

De estas fórmulas se infiere que para π se tomaba 3 como valor aproximado, aunque sabían que 3,125 era una mejor aproximación.

Por otra parte, el área del trapecio y del triángulo no siempre se calculaba como lo hacemos nosotros, ya que eso implicaría utilizar la altura, que no siempre es “medible”. En su lugar, se empleaban las reglas de los agrimensores: para el área del trapecio se multiplicaban las semisumas de los lados opuestos y, para el triángulo isósceles, la mitad del lado desigual (que era el más corto) por uno de los otros lados.

Esta falta de exactitud en los cálculos, que no representaba un problema en la práctica, llevó a algunos autores a considerar a la geometría babilónica como poco desarrollada, lo cual se ha podido comprobar que no es cierto.

Además del área del triángulo, cuadrado, rectángulo, trapecio y otros cuadriláteros, también calcularon el área de los polígonos regulares de 5 a 7 lados, así como la de otras figuras de lados curvilíneos, como el triángulo o el cuadrado delimitados respectivamente por tres o cuatro circunferencias tangentes de igual radio. Más allá de esto, resolvieron multitud de problemas de división de trapecios, algunos bastante complicados, cuyo origen pudo ser la división de los campos realizada por los agrimensores para el reparto de herencias o por otras razones administrativas.

En cuanto a los cuerpos geométricos, no solamente calcularon el volumen de prismas y cilindros, sino también de pirámides normales y alargadas (en forma de caballón), de conos y de estos mismos cuerpos truncados. En cambio, no existe constancia de que llegaran a calcular el volumen de la esfera.

Aunque algunos de estos cálculos eran complejos, la geometría babilónica fue más allá del cálculo de áreas, volúmenes y líneas transversales. Para hacerse una idea más cabal del nivel alcanzado, a continuación se presentan unos cuantos ejemplos de problemas geométricos singulares que han llegado hasta nosotros.

1. “El palo apoyado en la pared” (Tablilla BM 85196 #9)

Este famoso problema, que también aparece en la matemática egipcia y griega, consiste en lo siguiente: dada la longitud de un palo recto apoyado verticalmente en una pared, hallar el desplazamiento de su extremo inferior

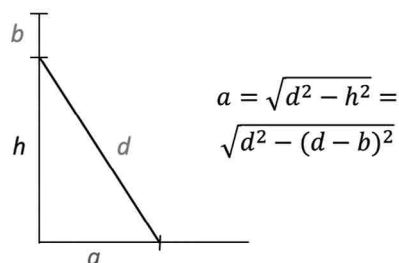


Fig. 5. Resolución del problema del “palo apoyado en la pared” en la tablilla BM 85196 #9.

cuando el superior desciende una cierta altura (Fig. 5). La importancia de este problema, además de encontrarse en tres culturas y periodos distintos, se debe a que en esta tablilla, para su resolución, se aplica el teorema de Pitágoras.

2. División de un triángulo rectángulo en varios triángulos rectángulos (IM 55357)

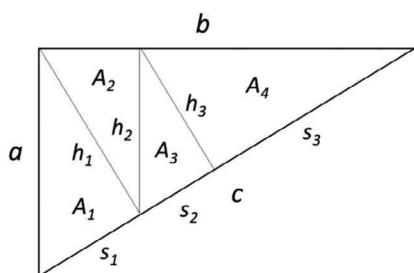


Fig. 6. División de un triángulo rectángulo en la tablilla IM 55357

En este problema (Fig. 6) se trata de hallar los segmentos h_1 , h_2 , h_3 y s_1 , s_2 , s_3 que dividen al triángulo rectángulo dado (a , b , c) en otros cuatro triángulos rectángulos, así como sus áreas A_1 , A_2 , A_3 , A_4 .

Según los valores que aparecen en la tablilla, el triángulo (a , b , c) = (45, 60, 75) es proporcional al conocido triángulo pitagórico (3, 4, 5) utilizado por los babilonios y los antiguos egipcios (un *triángulo pitagórico* es un triángulo rectángulo irreducible de lados enteros). Además, se da la circunstancia de que los cuatro triángulos rectángulos

en que queda dividido el triángulo dado son semejantes a éste y entre sí.

Para plantear y resolver este problema, además de recurrir al teorema de Pitágoras, se utiliza la propiedad de que *en un triángulo rectángulo, la altura sobre la hipotenusa lo divide en dos sub-triángulos rectángulos similares a éste y entre sí pero reducidos mediante los factores de escala b/c y a/c , respectivamente*, que es similar a la proposición VI.8 de los *Elementos* de Euclides.

3. Diagonal del cuadrado (YBC 7289)

Esta pequeña y sencilla tablilla (Fig. 7) es una de las más famosas de cuantas se han encontrado, ya que en ella aparece inscrito el valor de $\sqrt{2}$ con una excelente aproximación: 1.24.51.10, que es igual a 1,41421296, mientras que $\sqrt{2} = 1,41421356$, por lo que el resultado es correcto ¡hasta la quinta cifra decimal!

Para obtener este valor se tuvo que utilizar el teorema de Pitágoras y, seguramente, la mencionada fórmula del cálculo aproximado de raíces cuadradas equivalente a la de Herón.

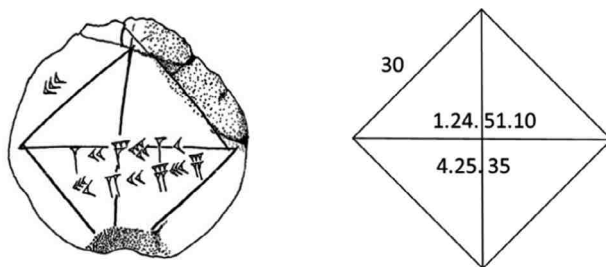
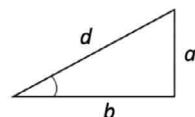


Fig. 7. Diagonal de un cuadrado de lado 1/2 (Tablilla YBC 7289)

4. La tablilla Plimpton 322

Sin lugar a dudas, esta excepcional tablilla ha sido y sigue siendo la que más literatura ha generado desde que fuera analizada por primera vez por Neugebauer y Sachs en 1945.

$(d/b)^2$	a	d	#
[1,59,0,1]5	1,59	2,49	1
[1,56,56,]58,14,50,6,15	56,7	3,12,1	2
[1,55,7,]41,15,33,45	1,16,41	1,50,49	3
[1,]5[3,1]0,29,32,52,16	3,31,49	5,9,1	4
[1,]48,54,1,40	1,5	1,37	5
[1,]47,6,41,40	5,19	8,1	6
[1,]43,11,56,28,26,40	38,11	59,1	7
[1,]41,33,59,3,45	13,19	20,49	8
[1,]38,33,36,36	9,1	12,49	9
1,35,10,2,28,27,24,26,40	1,22,41	2,16,1	10
1,33,45	45	1,15	11
1,29,21,54,2,15	27,59	48,49	12
[1,]27,0,3,45	7,12,1	4,49	13
1,25,48,51,35,6,40	29,31	53,49	14
[1,]23,13,46,40	56	53	15



$$(d/b)^2 = \sec^2 = 1 + \tan^2 = 1 + (a/b)^2$$

Fig. 8. Contenido numérico de la tablilla Plimpton 322

El fragmento que se ha conservado de la misma contiene una tabla de cuatro columnas y 15 filas de números en notación sexagesimal posicional (Fig. 8). En la segunda y tercera columna figuran el cateto menor y la hipotenusa de una serie de triángulos pitagóricos, mientras que el valor de la primera corresponde al cuadrado de la secante (o, lo que es lo mismo, el cuadrado de la tangente más uno) del ángulo menor de estos triángulos, el cual decrece en cada fila aproximadamente 1° desde casi 45° a 31°.

Los principales interrogantes que se han planteado sobre esta tablilla se refieren a la forma en que se construyó, a cómo se hicieron los cálculos y, lo que es más difícil, cuál pudo ser su propósito y utilidad. Sea como fuere, lo que está claro es que su autor poseía unos conocimientos matemáticos que iban más allá de lo que se podría suponer en principio.

Tanto en esta tablilla como en las tres anteriores se utiliza el teorema de Pitágoras, conocido en la literatura especializada como la “regla de la diagonal”, ya que, desde el punto de vista de la matemática babilónica, relaciona la diagonal de un rectángulo con su anchura y longitud. Aunque su demostración apareció por primera vez en los *Elementos* de Euclides (300 a.C.) y se le atribuye a Pitágoras, como hemos visto, este teorema ya era conocido y ampliamente utilizado por los matemáticos babilonios 1.500 años antes.

2.4 Álgebra

Aunque se considera, con toda razón, a Diofanto de Alejandría (siglo III o IV d.C.) como el padre del álgebra por su obra *Arithmetica* (250 d.C.), los matemáticos babilónicos ya resolvían diversos tipos de ecuaciones unos 2.000 años antes.

A pesar de que no disponían de una notación simbólica y abstracta como la nuestra, ya que ésta fue introducida por el matemático árabe Al-Jwarizmi en el 820 d.C., los matemáticos de la antigua Babilonia desarrollaron una serie de procedimientos con terminología geométrica mediante los cuales resolvían ecuaciones de segundo grado que en conjunto eran equivalentes a nuestra fórmula actual. En concreto, disponían de procedimientos para hallar las soluciones de las ecuaciones $x^2 + bx = c$, $x^2 - bx = c$ y $x^2 + c = bx$; aunque no así para las ecuaciones $x^2 + bx = -c$ o $x^2 + c = -bx$, ya que esto hubiera supuesto trabajar con números negativos, lo cual estaba fuera de su alcance.

Por ejemplo, en la tablilla BM 13901 se dice que la suma del área de un cuadrado y su lado es 45. A continuación, para hallar éste, se aplica el correspondiente procedimiento y se obtiene como resultado 30, que es correcto. En la actualidad, este problema equivaldría

a resolver la ecuación $x^2 + x = 45/60$, cuya solución es $30/60$ (tanto 45 como 30 se han dividido por 60 porque al estar expresados en notación sexagesimal posicional representan cualquier valor resultante de multiplicarlos por una potencia de 60).

Para resolver ecuaciones en las que el término x^2 estaba multiplicado por un valor a , reducían ésta a la forma estándar multiplicándola por a y haciendo el “cambio de variable” $y = ax$. Este método también lo empleaban para hallar la solución de ecuaciones de cuarto y octavo grado de la forma $ax^4 + bx^2 = c$ y $ax^8 + bx^4 = c$, así como las de tercer grado del tipo $ax^3 + bx^2 = c$ que reducían a la forma básica $x^3 + x^2 = c$ y resolvían con la ayuda de una tabla que contenía los valores de $n^3 + n^2$.

También solucionaban sistemas de ecuaciones con dos incógnitas que dieran lugar a una ecuación de segundo grado despejando una de las variables en la ecuación lineal y sustituyendo ésta en la otra ecuación.

En definitiva, a pesar de las limitaciones debidas a la falta de un lenguaje simbólico como el actual y de desconocer los números negativos, los matemáticos babilónicos alcanzaron un nivel de conocimiento y destreza algebraica que sólo fue superado por Diofanto en el siglo III y Al-Kwarizmi en el IX.

2.5 Resumen y conclusiones

La matemática mesopotámica, en sentido amplio, puede considerarse que comenzó con la llegada de la agricultura al sur de Mesopotamia (c. 8000 a.C.), lo que llevó a los sumerios a la creación de un sistema de numeración sexagesimal y al uso de fichas para contar. Posteriormente, con la aparición de las ciudades (5300 a.C.) sur-

gieron nuevas necesidades administrativas y burocráticas, lo que obligó a desarrollar sistemas de medida y a inventar un método para registrar cantidades mediante documentos contables en tablillas de arcilla, lo que supuso el origen de la escritura. Sin embargo, el verdadero desarrollo matemático no se produjo hasta mucho más tarde, fundamentalmente durante el periodo paleobabilónico (2000 a 1600 a.C.), cuyos métodos y conocimientos matemáticos siguieron utilizándose hasta la época seleúcida (300 a 65 a.C.).

Aunque los avances matemáticos durante este largo periodo de tiempo vinieron motivados principalmente por necesidades prácticas, los babilonios también abordaron problemas cuyo interés era puramente matemático (como es el caso del “problema del palo en la pared” o la división de un triángulo rectángulo en otros triángulos rectángulos).

A diferencia de los griegos, no existe constancia de que los matemáticos babilónicos realizaran demostraciones. Sin embargo, en algunos problemas, como el cálculo de recíprocos o las multiplicaciones, comprobaban la validez del procedimiento utilizado realizando la operación inversa o sustituyendo el resultado en el enunciado del problema. También se ha señalado su falta de generalidad debido a que las matemáticas se enseñaban siempre mediante ejemplos paradigmáticos, pero la multitud de problemas de un mismo tipo resueltos aplicando las mismas reglas y procedimientos sugieren lo contrario.

Aunque lo único que nos haya llegado de la matemática babilónica como tal haya sido el sistema sexagesimal posicional que utilizamos para expresar el tiempo y las medidas angulares, es muy probable que ésta influyera en los primeros matemáticos griegos, al menos en Tales y Pitágoras. Por tato, es posible que algunas reglas actuales, como el teorema de Pitágoras o el método de Herón para el cálculo aproximado de raíces cuadradas, y quizá el procedimiento de resolución de ecuaciones cuadráticas, proceda, a través de los griegos, de la matemática babilónica.

Bibliografía

- Boyer, C. (1986). *Historia de la matemática*. Madrid: Alianza Editorial.
- Britton, J., Proust, C. & Schneider, S. (2011). "Plimpton 322: a review and a different perspective". *Archive for History of Exact Science*, Sep. 2011, 65: 519.
- Friberg, J. (2007). *A Remarkable Collection of Babylonian Mathematical Texts. Manuscripts in the Schøyen Collection: Cuneiform Texts I*. New York: Springer-Verlag.
- Gheverghese, G. (2011). *The Crest of the Peacock. Non-European Roots of Mathematics*, Third edition. Princeton University Press.
- Hoyrup, J. (2002). *Lengths, Widths, Surfaces. A Portrait of Old Babylonian Algebra and its kin*. Studies and Sources in the History of Mathematics and Physical Sciences. New York: Springer.
- Neugebauer, O. and Sachs A.J. (1945). *Mathematical Cuneiform Texts*. New Haven, Connecticut.
- Proust, C. (2016). "Mathématiques en Mésopotamie: étranges ou familières?" Laurent Theis Ed. *Pluralités culturelles et universalité des mathématiques : enjeux et perspectives pour leur enseignement et leur apprentissage* – Actes du colloque EMF 2015, Université d'Alger 10-14 octobre 2015, EMF, pp.17-39.
- Robson, E. (2008). *Mathematics in Ancient Iraq: A Social History*. Princeton University Press.
- Schmandt-Besserat, D. (1992). *Before Writing: From Counting to Cuneiform* (2 vols.). Austin: University of Texas Press.
- Yuste, P. (2013). *Matemáticas en Mesopotamia: Álgebra, Geometría y Cálculo*. Madrid: Ed. Dykinson.