

Un tratamiento excelente

Autoría: Antonio López López

SECCIÓN	PÁGINAS	IDENTIFICADOR
Divulgación y revisión	165-179	TDL-80-2023-165-179

TIPO DOCUMENTAL

Relato de divulgación matemática

RESUMEN DOCUMENTAL

Relato de ficción que utiliza el diagnóstico médico de un paciente para introducir de forma narrativa conceptos de azar y probabilidad. Eduardo Jáudenes afronta la incertidumbre ante un posible tumor y, durante el proceso, transforma su angustia mediante una aproximación matemática a la incertidumbre. El desenlace combina humor, reflexión y divulgación al contraponer el significado cotidiano de la probabilidad con su formulación axiomática y con la experiencia humana de esperar un resultado clínico.

PALABRAS CLAVE

probabilidad · azar · matemáticas · incertidumbre · relato · divulgación · medicina

CITA BIBLIOGRÁFICA

Antonio López López. «Un tratamiento excelente». Torre de los Lujanes, n.º 80, 2023, pp. 165-179. ISSN 1136-4343.

Un tratamiento excelente

Por *Antonio López López* Eduardo Jáudenes salió de la consulta literalmente con el corazón en la boca. Por muchos esfuerzos que hacía por aparentar tranquilidad, la enorme presión que sentía en el pecho, la imposibilidad de mover un músculo de la cara, el enorme calor que inundaba su cabeza, y la dificultad de controlar las piernas para andar, hubieran delatado, ante cualquiera que se hubiese detenido a mirarle, a una persona presa de tremenda angustia. No era para menos. Estaban muy vivas las palabras del doctor. Palabras que buscando los más floridos adornos, constituían toda una sentencia de muerte.

“Tenga ánimo, señor Jáudenes —decía el galeno— hoy día los tratamientos han mejorado increíblemente. Si sigue usted al

pie de la letra los protocolos, creo que podemos tener éxito. No quiero que piense usted que le doy ánimos infundados. Es cierto que su tumor es agresivo, pero casos he visto en que en situaciones similares han acabado por desaparecer. No quiero engañarle, la medicina no puede escaparse del brazo desconocido del azar. Es imposible hablar de probabilidades de éxito o fracaso en muchas situaciones. Además, ¿Quién sabe a ciencia cierta, qué es el azar y qué es la probabilidad?”

Más palabras adornaron el discurso del doctor E. Al final, ya en la calle, Eduardo leyó lo que debía ser el protocolo de tratamiento. Ingesta de pastillas, y sesiones de quimioterapia. A los tres meses, se conocerían los resultados definitivos.

Nuestro protagonista vivía con su anciano padre, persona de firme carácter, pero con mala salud, de manera que necesitaba los cuidados y atenciones del único hijo. Pero aún tenía energías para seguir trabajando en menesteres como la traducción de libros. Con frecuencia recibía encargos de una editorial, para pasar al español determinadas obras escritas originalmente en francés.

Naturalmente cuando Eduardo llegó a casa mintió a su padre, diciéndole que las pruebas a las que se había sometido habían dado resultados normales. ¿Quién cuidaría de él cuando...? ¿Cómo recibiría el golpe que estaba por venir?

Disimulando cuanto pudo, preparó la cena y buscó una excusa cualquiera sobre el por qué, él casi no la probaba. Cuando su padre se iba a retirar a dormir, (¡porque no había quien soportase la televisión!), le dijo:

“Eduardo, esta tarde me han traído un nuevo paquete con otro texto para traducir del francés. Si no tienes nada que hacer, ábrelo y echa un vistazo sobre de qué va el tema. En cuanto pueda me pongo con él”

Podemos imaginar que el ánimo de Eduardo no estaba dispuesto a enfrascarse en lectura alguna. Mecánicamente rompió los sellos y desató las cuerdas del envoltorio. Efectivamente era algo escrito en francés. Diríase que era un manojo de cartas. Sin darse cuenta, echó la vista sobre la primera hoja de la primera de ellas.

Él conocía bastante bien esta lengua, a pesar de lo cual cogió del cuarto de su padre un buen diccionario. Empezó a leer, y nada más hacerlo sus ojos se abrieron al máximo como quien ve un fantasma. La carta empezaba, como era habitual, con la denominación del origen y fecha de escritura: «Paris, 28 de Octubre de 1654». Sí, había leído bien, ¡ponía 1654! Lleno de curiosidad empezó a leer. Y esto es lo que encontró una vez traducido.

Paris, 28 de Octubre 1654

Muy respetado Monsieur Pierre Fermat

Grande será mi gozo, si puedo saber del buen estado que Dios Nuestro Señor quiera derramar sobre Vuestra Merced. Aquí, en París los rigores del otoño suministran duras providencias a mi quebrantada salud. Los dolores de muelas son cada vez más agudos, y las digestiones a mis frugales colaciones, se convierten en todo un proceso de padecimiento. Pero todo lo llevo bien, en el pensamiento de que esta es una forma en que Dios Nuestro Señor desea fortalecer mi preparación para el añorado momento de mi fusión en un todo con ÉL.

Veréis el motivo de esta carta. Hace algún tiempo un conocido llamado Antonine Gambaud, (hoy caballero De Meré),

con quien en los años de mocedad compartí lances y aventuras, vino a verme para referirme un singular acontecimiento del que fue testigo presencial.

Como bien sabéis, nuestro bien amado Rey Luis XIII ha dispuesto prohibir el juego en el que se apueste dinero como premio para el vencedor. Sin embargo, la vil condición humana, hace que estos menesteres no despierten interés si no existe, precisamente, una buena bolsa de por medio.

Se encontraba De Meré en una salón de determinada señora parisina, (Madama M.), en el que se estaba dirimiendo un cierto juego de cartas entre dos afamados caballeros, tan diestros en el manejo de la espada, como del naípe y el dado. El resultado final era tan incierto que los espectadores ahogaban su emoción subiendo sus apuestas. Sobre la mesa había una suma muy elevada. Fue el caso que por la sala se extendió el rumor de que había sido avistada una patrulla de corchetes del cardenal en las inmediaciones del palacete de Madama M.

Según me siguió contando De Meré, con gran celeridad se dispuso la recogida de todo aquello que pudiese delatar la actividad de la ilícita timba. Madama M. se ofreció tesorera de la bolsa de las apuestas, hasta que en fecha posterior se reanudase el encuentro. Más uno de los jugadores era forastero, y debía partir de Paris sin tardanza al despuntar el alba. No sabiendo cuando le sería posible regresar, pidió su parte del dinero apostado. Pero... ¿cuál era esa parte?

De Meré asistió a una rápida pero apasionada discusión. El jugador que se marchaba argumentó que su posición en el juego era mejor que la de su rival, en el sentido de que en las diversas repeticiones que se habían hecho del mismo, él había

ganado alguna más. Por lo tanto debía llevarse la mayor parte del dinero, aunque no supo fijar la cuantía precisa.

Su rival, si bien reconocía que había perdido alguna prueba más, argumentó que el juego completo estaba acordado a un número tal de partidas que, si estas se disputasen completas, él todavía podía ser ganador absoluto, con lo que el montante total sería suyo. Por lo tanto se oponía a tipo alguno de reparto. La disputa parece que fue alcanzando niveles de gran tensión. Afortunadamente, antes de que hablasen las espadas, De Meré propuso una tregua hasta que él consultase a quien iba a resolver la cuestión. Mi amigo pensaba en mí. Así fue como M. Gambaud me trasladó la pregunta: ¿Hay alguna forma de medir lo que está por venir?

Yo, me he ocupado en pensar sobre ello. Y, tengo que reconocer, que absorto en tales pensamientos no he notado el dolor de muelas.

¿Cómo medir lo que aún no ha ocurrido? Al principio todo era oscuridad. Al fin, cuando una noche cruzaba el puente de Neully, pensé en simplificar así el problema. Imaginé un proceso que pueda repetirse tantas veces como se desee. Tal proceso puede tener varios resultados posibles, (por ejemplo al arrojar un dado puede obtenerse cualquiera de las seis puntuaciones). Antes de cada lanzamiento no se puede tener idea sobre el resultado que va a obtenerse. Me fijé en uno concreto elegido arbitrariamente. Decidí fijarme en el hecho de obtener un tres. A continuación empecé a tirar el dado más y más veces, anotando siempre el resultado obtenido. Ahora tengo ante mí una enorme lista de papel con las puntuaciones. Me pregunto cómo será la mejor forma de usarlas para tratar de predecir qué número obtendré en la próxima tirada. En verdad nada tengo

claro por el momento. Deseo, si Vos así lo permitís, consultar con vuestra merced sobre este negocio del pensamiento que domina mi inquietud.

Sabed que os tengo presente en mis oraciones, y que holgaré mucho al recibir vuestra respuesta.
Siempre vuestro devoto servidor

Blas Pascal.

Cuando Eduardo terminó de leer la carta, se dio cuenta de que le había invadido una extraña, pero agradable, sensación de inquietud. Era como si se la hubiese traspasado el tal Blas Pascal. Sí, recordaba haber oído ese nombre en alguna clase de filosofía, pero poco mas sabía de él. Sin embargo, sí que tenía presente las veces en que había jugado a las cartas, o a los dados, o a cualquier otro juego de “azar” con sus compañeros del liceo, entre unas aburridas clases y otras.

Para él, en aquel tiempo, aquello era cuestión de habilidad y retención memorística a nivel personal. Era cuestión de suerte. Era cuestión de “azar”. Nunca se le había ocurrido pensar en la posibilidad de que la suerte, o el azar, pudiese ser objeto de una medida, (que en cierto modo la controlaría), como el peso o la estatura de una persona. En un principio le rondó el interés de saber más de este asunto debido a la posibilidad de su aplicación a una situación como la suya. Pero también notaba que le dominaba la curiosidad en sí, por saber cómo se resolvería este asunto tan extraño.

Atenciones debidas a su padre le impidieron seguir leyendo, pero de su cabeza no desaparecía la pregunta, ¿se puede medir el azar? ¿Cuál sería la respuesta del tal Monsieur Fermat? Se retiró a dormir con la alternancia de golpes de angustia por su situación, y pensamientos sobre aquel suceso del París de 1654.

Su sueño fue agitado. Se vio trasportado al siglo XVII. Estaba en una sala adornada ricamente, pero a la que las velas encendidas por doquier dotaban de un ambiente sofocante. Se vio vestido extrañamente. Había mujeres con vestimenta provocativa. Se respiraba una extraña mezcla de sudor humano y perfumes fuertes. Sobre una mesa había restos de comida, dinero, cartas y unos pliegos. Se comía y se bebía con descuido. Se hablaba gritando. Luego fuertes risotadas. El ambiente estaba impregnado de fuerte relajo y sensualidad. Al instante todo se convirtió en un autentico torbellino de gritos. Vio que algunos hombres empuñaban las espadas. Él mismo blandía la suya. Todo era confusión.

Contra lo que hubiese sido lógico, su sueño lo hicieron agitado, no el temor a los resultados de su enfermedad, sino el verse corriendo por las callejuelas de Paris, huyendo de los corchetes. Fue el timbre del despertador quien le dio la orden de levantarse. Saltó de la cama. Su primer pensamiento fue dirigido hacia las cartas de su padre, y no al de su dolencia. A buen seguro la segunda de ellas contendría la respuesta de aquel señor llamado Pierre Fermat. Tras los aseos elementales y un precipitado desayuno, retomó el manojo de cartas y separó la segunda. Decía así:

Toulouse, 13 de Diciembre 1654

Apreciado y añorado Monsieur Blas Pascal. Mucho he holgado de vuestra carta. Yo también os tengo presente en mis encomiendas a Dios Nuestro Señor. Le pido que conduzca vuestra salud para que esta quede alejada del sufrimiento.

Como bien conocéis, las labores de servicio de nuestro amado Rey me mantienen en este despacho, en donde, gracias al buen hacer de Su Majestad, los días transcurren plácidamente. Ello me otorga el suficiente tiempo libre como para permitirme pensar en la bella cuestión que ocupa vuestro entendimiento, y ahora ya el mío.

Es muy brillante en verdad, vuestra idea de anotar los resultados de un lance que se repite un gran número de veces. De provecho será comparar las veces en que se ha obtenido el resultado favorable elegido, con el número de repeticiones hechas. De momento, aunque aún no lo he reflexionado bastante, yo calcularía la frecuencia de éxitos en el sentido de determinar el cociente de los éxitos obtenidos entre el total de repeticiones.

A modo de prueba he tomado una baraja de 52 cartas en las que hay 4 ases, y he elegido como hecho favorable el extraer uno cualquiera de los ases. Primero mezclaba bien las cartas y luego hacía la extracción. Anotaba el resultado y volvía a barajar por completo haciendo luego la nueva retirada de la carta. Como aquí dispongo de algunos mancebos a mi servicio, cuando yo estaba cansado ellos continuaban la labor. Así hemos estado no pocos días. Hemos hecho ya 2000 pruebas, y tenemos contados 110 casos en que ha aparecido uno cualquiera de los ases. Por lo tanto la frecuencia de éxito nos va quedando $110 / 2000 = 0,055$.

A pesar de todo, una indefinida intuición me dice que 2000 pruebas son todavía muy pocas. Es tan singular la cuestión que seguiré con la investigación de esa frecuencia de éxitos. Incluso buscaré otras experiencias. Se me ocurre depositar en una bolsa diversos objetos distinguidos, señalar un grupo de ellos como “de éxito”, remover bien la bolsa, extraer sin mirar uno y anotar si es o no del grupo distinguido.

De todo ello seguiremos comunicándonos nuestra mutua experiencia. Entre tanto elevo mis súplicas al Creador para que os conserve mucho tiempo entre nosotros, para los cuales vuestra persona es luz del alma.

Vuestro devoto servidor

Pierre Fermat

La lectura de esta carta le trajo a Eduardo vivos deseos de efectuar él mismo esas repeticiones de pruebas de las que hablaron dos hombres tres siglos atrás. Quería ir viendo por sí mismo el discurrir de los acontecimientos, y compararlo con lo sucedido tan atrás en el tiempo. Su impaciencia se había desatado, y ya era un fenómeno incontrolado. Tenía que seguir leyendo.

Para no hacerle muy largo este relato, querido lector, permítame resumir lo que Eduardo fue obteniendo de las cartas que eran el trabajo de su padre.

Supo que Pascal y Fermat acordaron efectuar, con ayuda de sirvientes, muchas repeticiones de cada experimento. Convinieron en estudiar la frecuencia de éxitos, y observaron algo fantástico:

Primero se acordó bien el experimento a realizar, y dentro de él, el resultado que se consideraba “de éxito”. Entonces, a medida que aumentaba el número de repeticiones, la frecuencia de los éxitos con respecto al número total de repeticiones, se iba estabilizando hacia una cantidad fija. O sea la aludida frecuencia tendía a hacerse constante. Naturalmente, cuando se cambiaba el experimento y el suceso de éxito, también cambiaba en general ese valor de estabilización.

En los días sucesivos Eduardo acudía al hospital para recibir las sesiones de quimioterapia, pero se llevaba los ejemplares de esas cartas para seguir leyendo durante el proceso de administración médica.

En una de las respuestas de Fermat, leyó Eduardo algo que le conmovió profundamente. Los dos hombres del siglo XVII habían observado que ese valor constante, hacia el que se estabilizaba la frecuencia de éxitos, era prácticamente el mismo que el que se obtenía si, antes de hacer ninguna prueba, se dividía el número de elementos que componían el grupo que había sido señalado como de éxito, entre el número total de posibilidades. Así en el caso de la baraja expuesto por Fermat en su primera carta, la frecuencia de éxitos se hacía prácticamente igual a $4 / 52 = 0,076$.

En cartas sucesivas, ambos hombres daban este hecho como una verdad empírica, por lo que concluían que ante la realización de cualquier prueba de azar, habría que saber contar primero cuantos son los casos que nos van a resultar favorables, y cuantos los que son posibles en su totalidad. El cociente del primer número entre el segundo daría la “esperanza del éxito”. Ambos convinieron que si tal cociente es mayor que 0,5 el lance será bueno y merece la pena arriesgar sobre él. Y es más bueno cuanto más se le acerque a 1.

De pronto nuestro hombre vio claro por qué puede ser importante saber contar cuantos grupos de elementos, (que cumplen una cierta propiedad que define nuestro éxito), se pueden formar a partir de un conjunto dado. Esto le recordó las odiadas cuestiones de combinatoria en las clases de matemáticas del Liceo. Pero ahora al ser vistas desde este nuevo conocimiento, ya le empezaban a parecer interesantes. ¡Claro!, ahora recordaba aquella definición seca y fría que había oído, (casi entre bostezos), decir en clase: “La probabilidad de que un suceso ocurra es el cociente del número de casos favorables entre el número de casos posibles”. ¡Cómo podía cambiar la consideración y el sentimiento de algo, la perspectiva desde la que fuese enfocado!

Eduardo había buscado los libros de matemáticas adecuados, para estudiar la combinatoria. Él mismo quería seguir las huellas de aquellos dos hombres del pasado, y repetir los experimentos correspondientes a cada uno de los muchos ejercicios que tanto le habían hecho padecer durante sus años de estudiante. Ahora todo era diferente, ¡claro que sí!

Eduardo pasó el resto del tratamiento efectuando una y otra vez repeticiones de alguno de los experimentos que a los que se referían en su correspondencia Pascal y Fermat. Iba anotando cuidadosamente los resultados para ir determinando en cada caso las frecuencias de éxito y comprobar cómo se acercaban a la estabilidad esperada, o, como ya le era familiar decir, a la probabilidad de aparición del suceso que se estudiase. Supo que cuando nos encontrábamos ante un suceso que podía darse o no, se decía hallarse ante un fenómeno aleatorio, o sea que dependía del azar. Un tal caso sería que un determinado tratamiento fuera exitoso... o no. Averiguó que si la probabilidad de un suceso es muy cercana a uno, esto quiere decir que este fenómeno se pre-

sentará con “casi” absoluta certeza, y que no lo hará si es muy cercana a cero.

Entonces Eduardo cayó en la cuenta de que en todo ese tiempo, había ido y venido al hospital mecánicamente, sin acordarse de su enfermedad, ni del tratamiento a que se sometía. Su cabeza estaba dominada por el cálculo de probabilidades y el estudio de los fenómenos aleatorios. No se había acordado para nada de su enfermedad. Es más; había tomado una decisión. Cuando se recuperase de su enfermedad estudiaría la licenciatura de Matemáticas. El hecho de que de alguna manera se pudiese “medir el futuro”, le había fascinado. Que su descubierta pasión era real, lo probaba que iba deseando encontrar alguna excusa para contar a todos los enfermeros, y demás pacientes, el concepto de probabilidad.

En cierto sentido se consideraba una persona superior, pues tenía en sus manos la posibilidad de controlar el mundo del azar. Aquel mundo de lo imprevisible que a la mayoría del resto de mortales les parecía que solo Dios podía conocer.

¡Ah, que fácil resultaba todo! Casos favorables entre casos posibles. Y para contar el número de ellos estaba la combinatoria. Además, siempre se podía recurrir al camino experimental. Repetir una y otra vez el experimento, e ir anotando las frecuencias de éxito. Sí; bastaba repetir la experiencia y contar.

De pronto, una mañana mientras estaba tumbado en la camilla, en su cabeza estalló un chasquido que, como un rayo abrasador, le recorrió todo el cuerpo. Una duda terrible acababa de aparecer destrozando su alegría. Cuando tuviese que determinar la probabilidad de un determinado fenómeno solo había siempre dos casos posibles, a saber, que se dé el fenómeno o que no se dé. Y naturalmente siempre hay un solo caso favorable, que consiste en que sí se dé. Por lo tanto la probabilidad de cualquier suceso siempre es $1 /$

$2 = 0,5$. Además, eso de repetir las experiencias y contar... ¿podía hacerse siempre? Por ejemplo, ¿cómo calcular la probabilidad de que su tumor desapareciese? ¡Habría que vivir y morir muchas veces y contar en cuántas vidas desapareció, y en cuantas no! Si uno se pregunta por la probabilidad de que llueva mañana, no da lo mismo que la pregunta se haga en verano o en invierno. Ni tampoco que se haga en un país u otro. ¿Y si preguntamos por la probabilidad de que haya vida fuera de la Tierra? ¿Cómo se repite la experiencia para contar? ¡Horror!. ¡Se le hundía a Eduardo todo su tesoro recién descubierto!. Mas no era posible que todo lo que había leído fuesen elucubraciones de dos locos. A él le sonaba que esos personajes, Pascal y Fermat, eran muy importantes.

Tan pronto llegó a su casa buscó en sus libros, pero estos no traían ninguna pista. No exento de angustia, rebuscó en su memoria a quien conocía que fuese una autoridad en matemáticas. Habló con un buen amigo, ingeniero de profesión. Este reconoció que tampoco sabía qué responder. Pero, compartiendo la inquietud de Eduardo, le propuso visitar a un anciano amigo de su familia que era un matemático muy devoto del estudio y la docencia. Convenida la entrevista, este hombre respondió así a las dudas de los amigos:

“Lo que han aprendido es, en efecto, el concepto de probabilidad solo en una situación muy particular, que es la que responde a los fenómenos que pueden ser repetidos ilimitadamente, y en igualdad de condiciones. Es lo que se conoce como “caso discreto”. Era lógico que, por muy brillantes que fuesen sus cabezas, Pascal y Fermat empezasen por esos casos más sencillos. La historia de las matemáticas nos llevaría hasta casi siglo y medio después, donde otro gran matemático francés, Pierre Laplace, elaboró una importante sistematización del cálculo de probabilidades, y obtuvo nume-

rosos resultados, pero orientados fundamentalmente a la situación discreta. De hecho fue este hombre, (de vida muy curiosa), quien definió el azar diciendo que es “La medida de nuestra ignorancia”. Pues si alguien pudiese conocer exactamente siempre todos los casos posibles, y todos los favorables, conocería el futuro.

Pero, en efecto, hasta bien entrado el siglo XIX se estudió esta situación particular; o sea “el caso discreto”. Al tratar la cuestión en general, y querer fundar una teoría completa, hay que usar nuevas herramientas matemáticas que previamente tuvieron que crearse. Para conocerlas hay que estudiar la Teoría de Conjuntos, y de Funciones de Conjunto, y de Álgebras de Borel, y de Espacio de sucesos elementales, etc. Ahí empieza la respuesta a vuestra pregunta. Muchos hombres trabajaron duro en este proceso de creación. Oiréis nombres como Bernoulli, Gauss, Chevisov, Jínchin, Gnedienko, Cramer, Kolmogorov, y otros. Ellos continuaron la inmensa obra que empezaron Pascal y Fermat. Aunque para ser escrupulosamente rigurosos, un siglo antes de que Pascal y Fermat trataran en su correspondencia esta cuestión, ya otro hombre, un médico italiano de interesantísima vida, de nombre Gerolamo Cardano, fue quien en verdad empezó a preocuparse de este problema. Su ocultación en la historia, salvo para los profesionales, es una de las injusticias veladas entre sus páginas”.

Ha pasado el tiempo. El tratamiento médico ha terminado. Eduardo ha invertido el tiempo de espera hasta conocer la respuesta, dando los pasos para su matriculación en la Facultad de Matemáticas, y adquiriendo los libros convenientes. Al fin ha llegado el día en que se reciben los correspondientes informes del laboratorio. Todos los rostros de quienes esperan que se abra la puerta del despacho, llevan escrita la palabra angustia. Curiosamente, Eduardo parece haber ido allí como para dar un paseo.

Al fin aparece el director del equipo médico con una carpeta en las manos. Eduardo es el primer paciente llamado. Este se levanta como un resorte y dirigiéndose al hombre de la bata blanca, le abraza y dice casi a voces:

“Doctor, ¿recuerda que en nuestra primera entrevista dijo que no se sabía qué eran el azar y la probabilidad? Pues el azar es ¡La medida de nuestra ignorancia”, y en cuanto a la probabilidad de un suceso, siendo rigurosos, es una función de conjunto construida en base a unos axiomas previamente fijados”.

Diciendo esto da media vuelta y se dispone a abandonar la sala de espera. Entonces el doctor le avisa de que tiene ya sus resultados. Eduardo se vuelve y responde:

“¿Qué resultados? ¡Ah los del tumor! ¡A que la probabilidad de que sean buenos es casi uno!